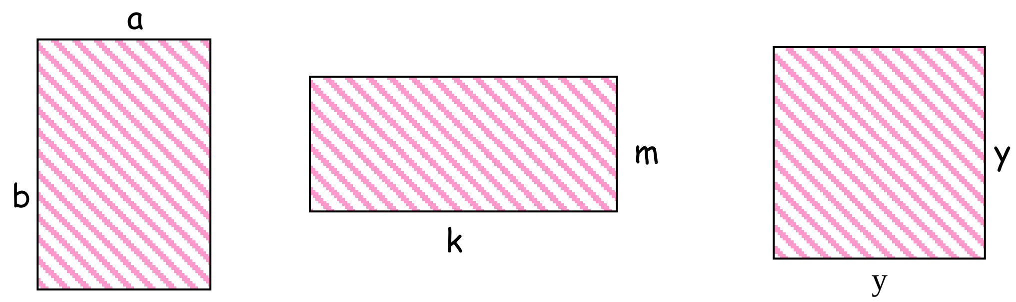
NOCION :. CÁLCULO DE ÁREAS

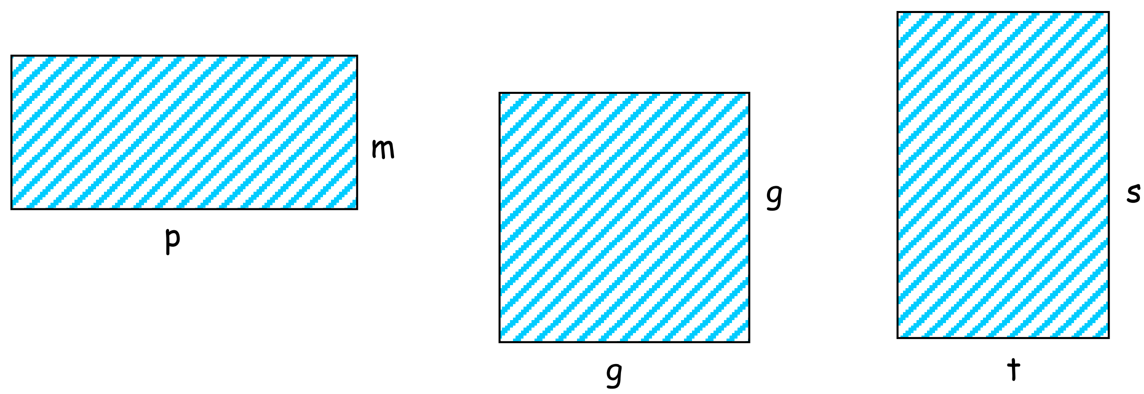
CÁLCULO DE ÁREAS.

Dados los siguientes paralelógramos (cuadrados o rectángulos), calcula las áreas de cada figura :



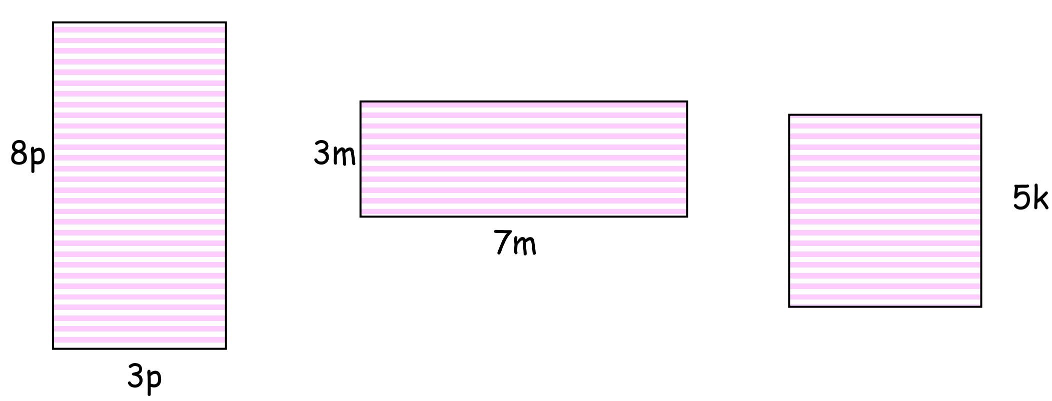
$A_{\square}$ = a · b = ab $A_{\square}$ = k · m = mk $A_{\square}$ =

141.



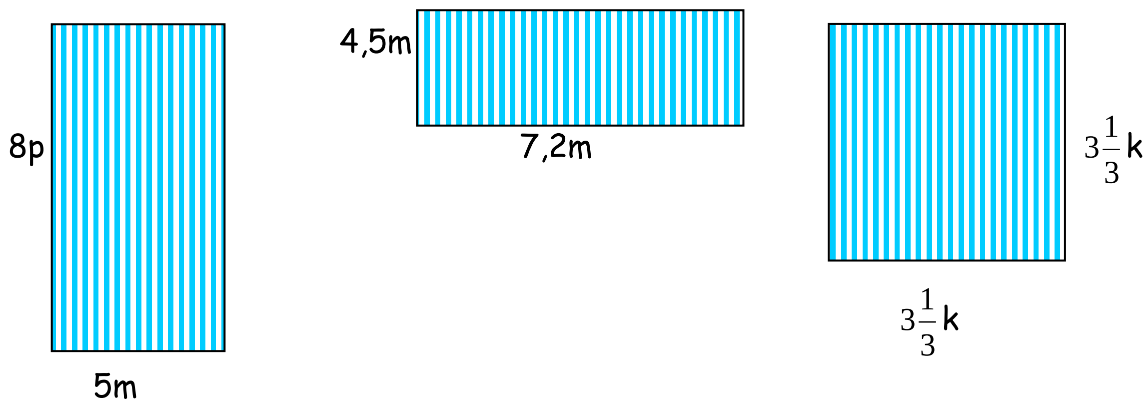
$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =

142.



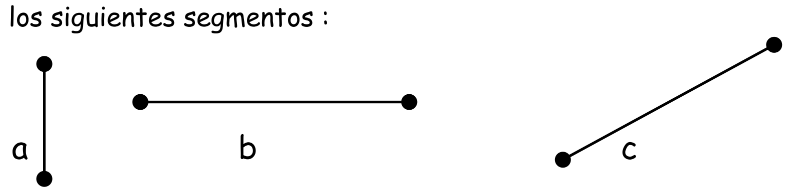
$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =

143.



$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =	$A_{\square}$ =

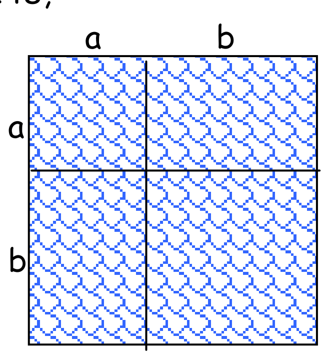
Dados los siguientes segmentos :



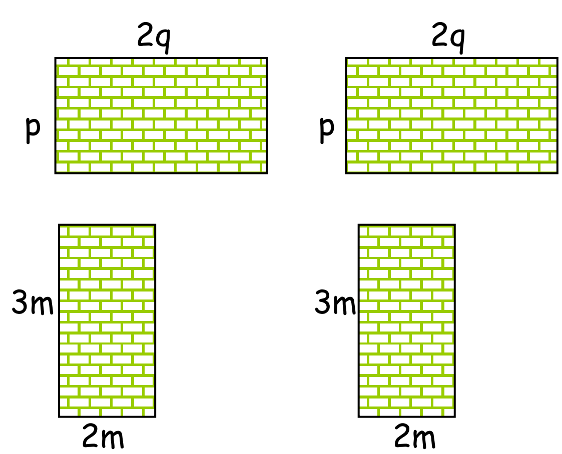
Construye en tu cuaderno los rectángulos siguientes :

144. 2ab =	105. (c+b)·a =
146. (3a+2b)·c =	147. (a+b)·(a+c) =

148,

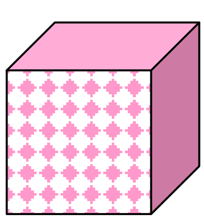


149



A_{total} =	A_{total} =

Ahora, encuentra el volumen de los siguientes cuerpos, siguiendo la pauta :

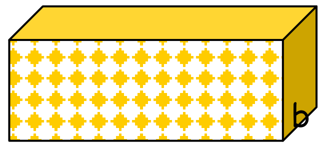


a

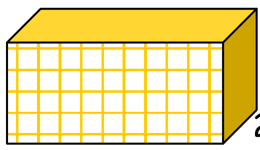
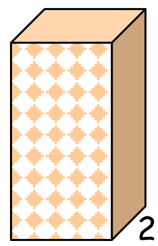
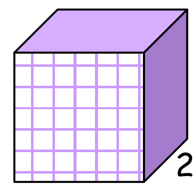
a

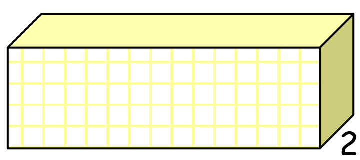
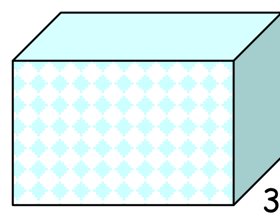
a

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$



$V = a \cdot b \cdot c = abc$

150.  4c 2a 3b	151  5c 2b 2b	152  2p 2p 2p
V =	V =	V =

153  3x 2x 5x	154  4s 3t 7t
V =	V =

☺ CONTENIDO 12.

NOCION : **MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO.**

El producto de un monomio por un polinomio se resuelve aplicando la distributividad de la multiplicación respecto de la adición.

Ej: $5a \bullet (3b + 2c - 5d) =$

se distribuye $5a\bullet 3b + 5a\bullet 2c - 5a\bullet 5d =$

se multiplica $15ab + 10ac - 25ad.$

Ej. 2. : $6a^2b^6 \bullet (2ab^4 - 3a^2b - 5a^4b^2)$

se distribuye mentalmente y se multiplica :

$12a^3b^{10} - 18a^4b^7 - 30a^6b^8$

EJERCICIOS. :

155. $7\cdot(a+b) =$

156. $4 \cdot (x - 2y + 3z) =$
157. $3x \cdot (5x - 3x^2y - 2 x^3y) =$
158. $-4ab \cdot (2a - 5b + 4c) =$
159. $5 \cdot (2x + 3y) + 2 \cdot (x - 4y) =$
160. $2 \cdot (3a-b+3c)-5 \cdot (a+2b-3c)+4 \cdot (2a-4b+3c) =$
161. $2a \cdot (4a + 2a^2b + 3a^2b^3) + a \cdot (-2a - 3a^2b + 2a^2b^3) =$

☺ **CONTENIDO 13.**

NOCION :. MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR OTRO:

Para multiplicar un polinomio por otro, debemos aplicar la doble distributividad

Ej.1 : $(x - 6)(2x - 3) = x \cdot (2x - 3) - 6 \cdot (2x - 3)$
$= 2x^2 - 3x - 12x + 18$
$= 2x^2 - 15x + 18$

EJERCICIOS :

162. $(a + b) (2a + 3b) =$	163. $(x - 2y) (3x + 5y) =$
164. $(2x + 3)(2x - 1) =$	165. $(a + b)(a - b) =$
166. $(p - 4)(p + 7) =$	167. $(m + 1)(n - 1) =$
168. $(a + b)(2a + 3b - 5c) =$	169. $(a - 1)(a^3 + a^2 + a+ 1) =$
170. $(x + 1)(x^3 - x^2 - x - 1) =$	171. $(x + 2)(x - 1) (x + 3) =$
172. $2x (3x - 2y) - 3y(x - 5y) + (2x) =$	173. $(2 - x^3) (4 - \frac{3}{x^3}) =$

174. $x^3\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)$

175. $\frac{3x^2}{2a}\left(\frac{1}{x} - \frac{a^2}{x^3}\right) =$

176. $\left(\frac{a}{4}+\frac{a}{3}\right)\left(\frac{a}{3}-\frac{a}{2}\right)=$

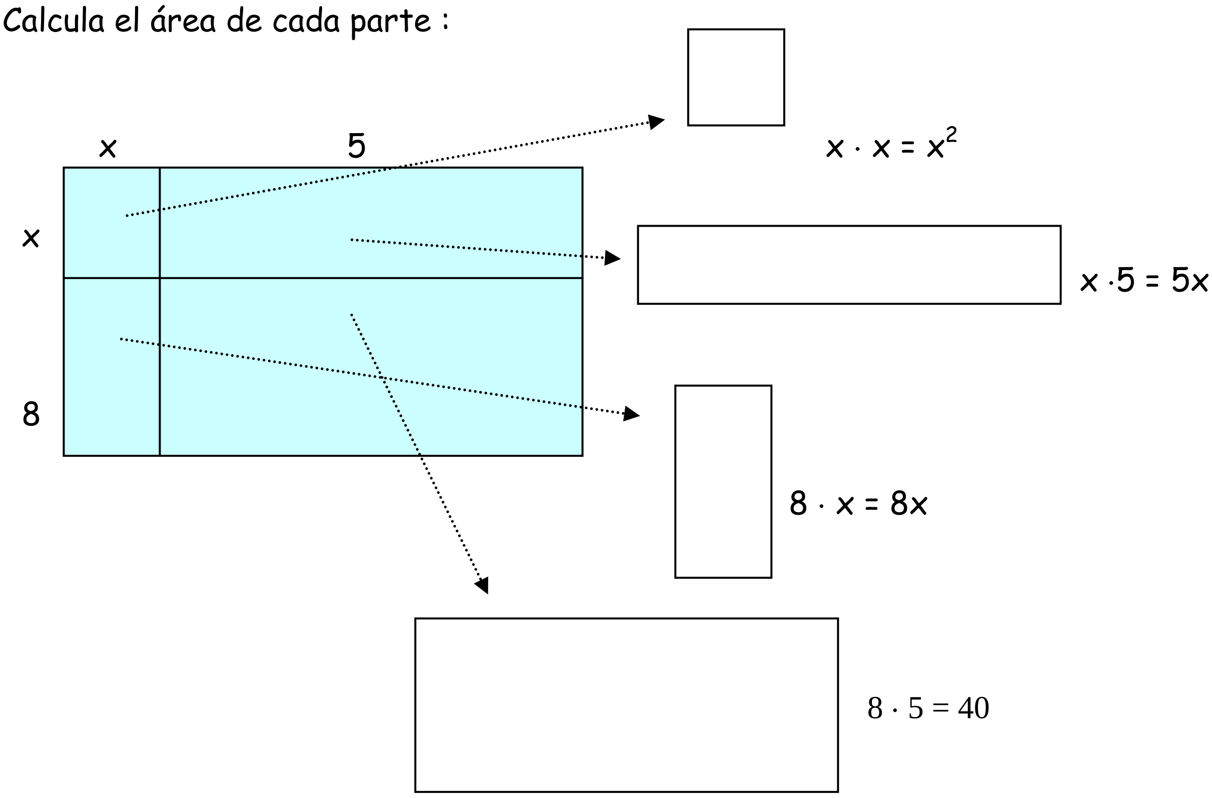
177. $(a + b)(b + c) - (c + d)(d + a) - (a + c)(b - d) =$

NOCION : <u>PRODUCTOS NOTABLES.</u>

Multiplicación de binomios.

<u>MULTIPLICACIÓN DE BINOMIOS DE LA FORMA (x+a)·(x+b)</u>

Calcula el área de cada parte :



Por lo tanto $(x + 5)\cdot(x + 8) = x^2 + 5x + 8x + 40 = x^2 + 13x + 40$

O sea , para multiplicar dos binomios de la forma (x+a)(x+b) podemos comprobar que existen términos semejantes que sumamos mentalmente :

$$(x + \mathbf{8}) \cdot (x + \mathbf{2}) = x\cdot(x + 2) + 8\cdot(x + 2)$$
$$x^2 + 2x + 8x + 16$$
$$x^2 + (\mathbf{2 + 8})\cdot x + 18$$

$$(x + \mathbf{5}) \cdot (x - \mathbf{3}) = x^2 + (\mathbf{5-3})\cdot x - 15 = x^2 + 2x - 15$$

$$(x - \mathbf{6}) \cdot (x - \mathbf{3}) = x^2 + (\mathbf{-6 -3})\cdot x + 18 = x^2 - 9x + 18$$

EJERCICIOS :

177. $(x - 8) \cdot (x - 3) =$	178. $(x + 2) (x - 3) =$
179. $(x - 4) (x + 5) =$	180. $(x + 14) (x - 4) =$
181. $(x - 15) (x + 11) =$	182. $(a + 6) (a - 1) =$

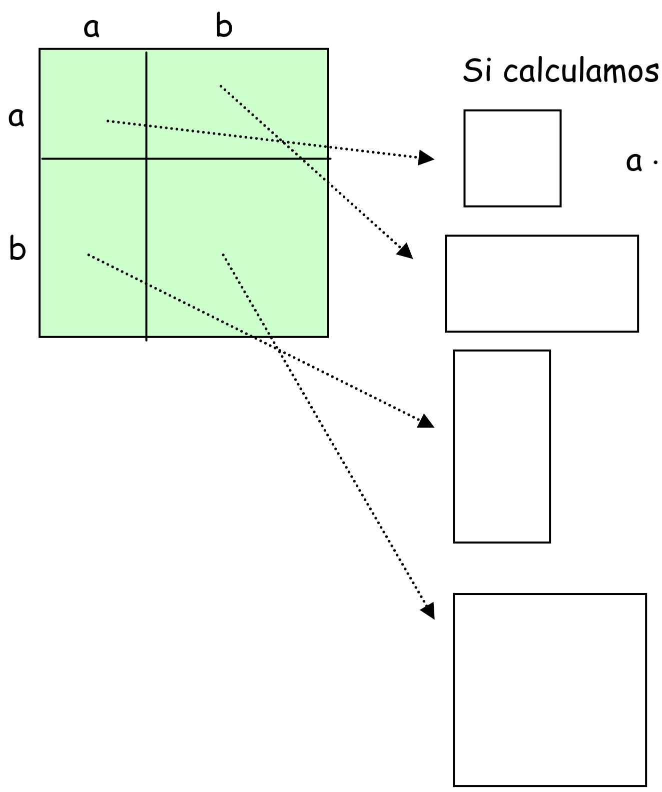
☺ **CONTENIDO 15.**

NOCION : PRODUCTOS NOTABLES.

Cuadrado de binomio.

MULTIPLICACIÓN DE UN BINOMIO POR SÍ MISMO.
(CUADRADO DE UN BINOMIO)

Si calculamos el área del cuadrado



$a \cdot a = a^2$

$b \cdot a = ab$

$a \cdot b = ab$

$b \cdot b = b^2$

Es decir : $\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2\ ab + b^2}$

O sea, al multiplicar un binomio por sí mismo, se procede de igual forma que las multiplicaciones anteriores, es decir, aplicando la doble distributividad :

$$(a + b) (a + b) = a(a + b) + b(a + b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2 \qquad (\text{pero}, \quad ab = ba)$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

es decir
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
el cuadrado de un binomio es equivalente al cuadrado del primer término mas el doble producto del primer por el segundo término y más el cuadrado

del segundo término.

EJERCICIOS :

183. $(x + y)^2 =$	184. $(x - 7)^2 =$	185. $(2x - 5)^2 =$
186. $(2y + 4)^2 =$	187. $(8x - 5y)^2 =$	188. $(3x - 7y)^2 =$
189. $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)^2 =$	190. $\left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{2}y\right)^2 =$	**191.** $\left(\frac{2}{5}ab - \frac{1}{2}a^3\right)^2 =$

192. $4(2x - y)^2 + 2(x - 3y)^2 - 3(2x - 5y)^2 =$
193. $(\frac{1}{2}xy + 2)^2 + 3(\frac{2}{3} - xy)^2 + 4(xy - 1)^2 =$

NOCION : <u>PRODUCTOS NOTABLES.</u>

Suma por diferencia..

<u>MULTIPLICACIÓN DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA.</u>

Para multiplicar la suma de dos términos por su diferencia debemos operar de la siguiente manera :

EJ. 1 :
$$\begin{aligned}(x + y)(x - y) &= x(x - y) + y(x - y)\\ &= x^2 - xy + xy - y^2\\ &= x^2 - y^2\end{aligned}$$

es decir el producto de la suma de dos términos por su diferencia es igual a LA DIFERENCIA DE SUS CUADRADOS.

Ej. 2
$$\begin{aligned}(2x + 3y)(2x - 3y) &= (2x)^2 - (3y)^2\\ &= 4x^2 - 9y^2\end{aligned}$$

194. $(x - 3)(x + 3) =$	195. $(2a - 1)(2a + 1) =$
196. $(4x^2 + 1)(4x^2 - 1) =$	197. $(10m - 9)(10m + 9) =$
198. $(x^2 + y^3)(x^2 - y^3) =$	199. $(a^3 + b^4)(a^3 - b^4) =$

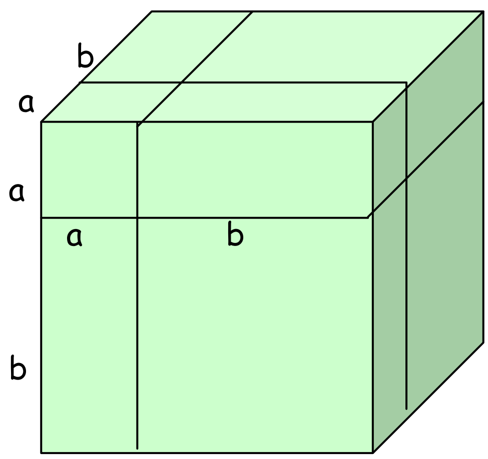
200. $(2x + y)(2x - y) + 4(3x - 2y)(3x + 2y) =$

NOCION : <u>PRODUCTOS NOTABLES.</u>

Cubo de un binomio.

<u>CUBO DE UN BINOMIO.</u>

Determina que piezas se forman en el cubo si se trazan segmentos paralelos a las aristas con las dimensiones indicadas :



$(a + b)^3 = a^3 + 3 a^2b + 3 ab^2 + b^3$

es decir el cubo de un binomio es equivalente al cubo del primer término más el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo término.

201. $(3a + 2b)^3 =$	202. $(p + 2)^3 =$	203. $(2a - 4)^3 =$
204. $(6m - 3n)^3 =$	205. $(4x^2 - 3y)^3 =$	206. $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b\right)^3 =$
207. $(3x - 1)^3 =$	208. $(a^2 + b^3)^3 =$	209. $(mn^2 - m^2)^3 =$

<u>EJERCICIOS RECAPITULACION.</u>

208. $(2x + 3y)^2 - (1x - 3y)^2 =$
209. $(x + 2)^2 + (2x + 4)(2x - 4) + (x + 3)^3 =$
210. $10 (2a^2 - b)(2a^2 + b) + 4 (2a - b)^3 =$
211. $10(x + 3) + 2(x - 17) - 6 =$
212. $(5a - 3b)^2 + 2 (a + b)(a - b) - (2a - b)(2a + b) =$
213. $(3x - 1)(4x + 1) - 2(2x + 3)(5x - 4) =$
214. $(a + \frac{1}{2})^2 - (a + \frac{3}{4})(a - \frac{3}{4}) + (\frac{1}{2}a + 1)^2 =$
215. $(a + 3b)^2 + (2a + 3b)^2 - 3 (a + 4b)^2 =$
216. $(p + q)(p - q) - 3 (2p - q)(2p + q) + (p + q)^2 =$

217. $(2a + b + 3c)^2 + (3a + 2b - c)^2 =$

NOCION : COMPLETACIÓN DE CUADRADOS.

COMPLETACION DEL CUADRADO.

En los ejercicios siguientes, falta un término del desarrollo del cuadrado del binomio, por lo que, primero deberás encontrar el binomio para que al elevarlo al cuadrado deba coincidir con el ejercicio dado;

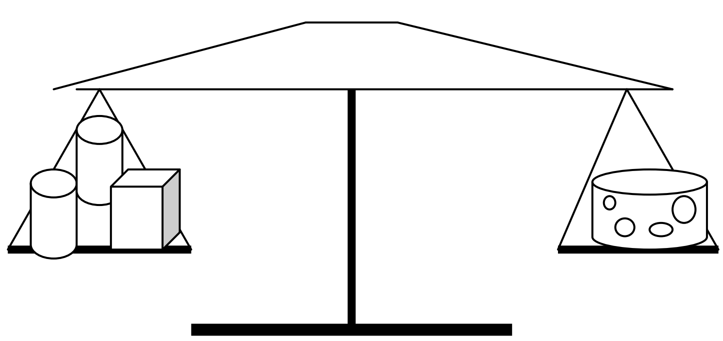
Completa el desarrollo de los siguientes cuadrados de binomios :

218 $x^2 + 10x +$ _____ =	219. $a^2 - 18a +$ ______ =
220. $x^2 +$ ______ $+ 16 =$	221. $x^2 -$ ______ $+ 9 =$
222. $m^2 -$ ___ $+ 36n^2 =$	223. $p^2 +$ ______ $+ 64q^2 =$
224. ______ $+ 42x + 49 =$	225. $x^2 + 6x +$ ______ =
226. $4x^2a^2 +$ ______ $+ 1 =$	227. $x^2 + 18x +$ ________ =
228. $y^2 -$ _______ $+ 1 =$	229. $100c^2 -$ ________ $+ 16 =$
230. $25x^2 + 10x +$ ______ =	231. $9 -$ _______ $+ 4y^2 =$
232.. $16x^2 -$ _______ $+ 36y^2 =$	233.. $100a^2 + 140ab +$ _______ =

NOCION : ECUACIONES CON PRODUCTOS NOTABLES.

ECUACIONES EN $\Re$.

Para un mejor trabajo, realiza el desarrollo en tu cuaderno :



234. $6x\cdot(7 - x) = 36 - 2x\cdot(3x - 15)$
235. $(2x + 1)^2 = 4x\cdot(x - 2) + 13$
236. $(x + 2)(2x + 1) = (x + 6)(2x + 3)$
237. $(x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 2x$
238. $2(x - 4)^2 - (x - 2)^2 = (x - 8)^2$

239.	$2(x+5)^2 - 3(2x+1)^2 + 10x^2 = 0$
239.	$(x+1)^3 = x(x+1)(x-1) + 3x(x+1)$
240.	$ax + b = c$
241.	$(x-a)^2 + (x+a)^2 = x(a+2x)$
242	$\frac{x+3}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$
243.	$\frac{x+2}{2} - 1 = \frac{x-x}{3}$

NOCION : **PROBLEMAS CON ENUNCIADO.**

244.	Cierto número aumentado en tres, multiplicado por sí mismo es igual a su cuadrado más 24. ¿ Cuál es el número ?
245.	El producto de dos números que se diferencian en seis tiene 54 unidades más que el cuadrado del menor. ¿ Cuáles son los números ?
246.	Si un número aumentado en doce se multiplica por el mismo número disminuído en cinco, resulta el cuadrado del número más 31.
247.	Si el cuadrado de un número entero se agrega 17 se obtiene el cuadrado del número entero que le sigue .
248.	De un estanque lleno de parafina se consumió una cantidad equivalente a los $\frac{7}{8}$ de su capacidad. Reponiendo 38 litros, la parafina sólo llega a las $\frac{3}{5}$ partes. ¿ Cuál es su capacidad ?
249.	Un depósito de agua puede llenarse por una llave en 2 horas y por otra en 6 horas. ¿ En cuánto tiempo se llenará el depósito abriendo las dos llaves a la vez ?
250.	La suma de dos números es 200. Dividiendo el primero por 16 y el segundo por 10, la diferencia de los cuocientes es 6. ¿ cuáles son los números ?
251.	Hallar tres números enteros consecutivos tales que la suma de los $\frac{3}{5}$ del menor con los $\frac{5}{6}$ del mayor exceda en 31 al número del medio.
252.	Dividir 260 en dos partes de modo que el doble de la mayor dividido por el triple de la menor da 2 como cuociente y 40 de resto.
253.	Jorge tiene $\frac{2}{3}$ de lo que tiene Alicia, y Mónica tiene $\frac{3}{5}$ de lo que tiene Jorge. Si juntos tienen $ 24.800. ¿ Cuánto tiene cada uno ?